

# Olimpiada Uruguaya de Astronomía.

## 9 de Junio de 2012

---

|                                                                                          |
|------------------------------------------------------------------------------------------|
| Const. de Stefan-Boltzmann $\sigma = 5,6705 \times 10^{-8} W m^{-2} K^{-4}$              |
| Const. de Gravitación Universal $\mathcal{G} = 6,673 \times 10^{-11} m^3 kg^{-1} s^{-2}$ |
| Masa del Sol $M_{\odot} = 1,98 \times 10^{30} kg$                                        |
| Velocidad de la luz en vacío $c = 3,0 \times 10^8 m.s^{-1}$                              |
| Radio de la Tierra $R_{\oplus} = 6378 km$                                                |

---

1. El pasado 5 de Mayo ocurrió un evento conocido como *Super Luna*, donde la Luna se encontraba a menor distancia de la Tierra y a su vez en fase llena, ver Figura 1. Sabemos que el semieje mayor de la Luna es  $a_{\text{L}} = 384399 km$ , la distancia al perigeo de  $362570 km$  mientras que la distancia al apogeo de  $405410 km$ . Calculemos algunos parámetros interesantes. Dato: El radio de la Luna es  $R_{\text{L}} = 1737,1 km$ .



Figura 1: Dos Lunas llenas a distinta distancia geocéntrica.

- a) Halla el diámetro aparente de la Luna llena en su perigeo y en su apogeo y estima el porcentaje que aumenta su tamaño angular entre un evento y el otro. (asume distancias geocéntricas)
- b) Estima la excentricidad de la órbita lunar y calcula la diferencia porcentual en *brillo* entre la Luna llena en perigeo y apogeo utilizando esas distancias. A su vez estima las magnitudes aparentes en cada caso sabiendo que la magnitud aparente promedio es  $M_{\text{L}} = -12,74$ .
- c) Aprovechando la proximidad de la Luna, se quiere observar algunos detalles en su superficie. Si un vehículo de las misiones Apollo tiene una longitud de 5 metros de diámetro; ¿será distinguible observando desde la Tierra con un telescopio de 5m en el visual? Considera el

observatorio alineado con la Luna y centro de la Tierra, una longitud de onda de 550nm y desprecia efectos atmosféricos.

- d) Encuentra la distancia a la que la fuerza gravitatoria de la Tierra iguala a la fuerza gravitatoria ejercida por la Luna.

Asume una separación geocéntrica como  $a_{\text{J}}$ .

Dato: La masa de la Luna  $M_{\text{J}}$  verifica:  $M_{\text{J}} = M_{\text{t}}/81,3$  con  $M_{\text{t}}$  la masa de la Tierra.

2. Supongamos que usted pasa el día en un lugar descampado desde el cual puede observar todo el horizonte.

- ¿Que puede decir respecto a la longitud de su sombra al amanecer comparada con la longitud que tendrá su sombra al mediodía?
- Una vez que ha salido el Sol observamos que el color del cielo es azul, ¿a qué se debe esto teniendo en cuenta que el Sol emite en todas las longitudes de onda?
- A las 12:40 en Montevideo, alguien toma la fotografía que se observa en la Figura 2, indique claramente que direcciones indican cada una de las flechas.



Figura 2: Sombras proyectadas a las 12:40 horas.

- Una vez que ha caído la noche usted observa en determinada dirección del cielo y ve lo que se muestra en la Figura 3: ¿Podría indicar en que dirección del horizonte está observando? Complete la imagen colocando el nombre de las estrellas que pueda identificar. Indique en que sentido se moverá este grupo de estrellas a lo largo de la noche.
- ¿Alrededor de qué punto se realizará este movimiento? ¿Cuál es la altura de dicho punto para las latitudes extremas de Uruguay? ¿Existe alguna forma de determinar la posición de los puntos cardinales a partir de algunas de las estrellas de la figura.
- Ahora usted observa hacia la zona por donde había salido el Sol y ve lo que se observa en la Figura 4  
Complete la imagen colocando el nombre de las estrellas que pueda identificar. Indique en que sentido se moverá este grupo de estrellas a lo largo del tiempo  
Indique la posición del Ecuador Celeste y el ángulo que este forma con el horizonte.

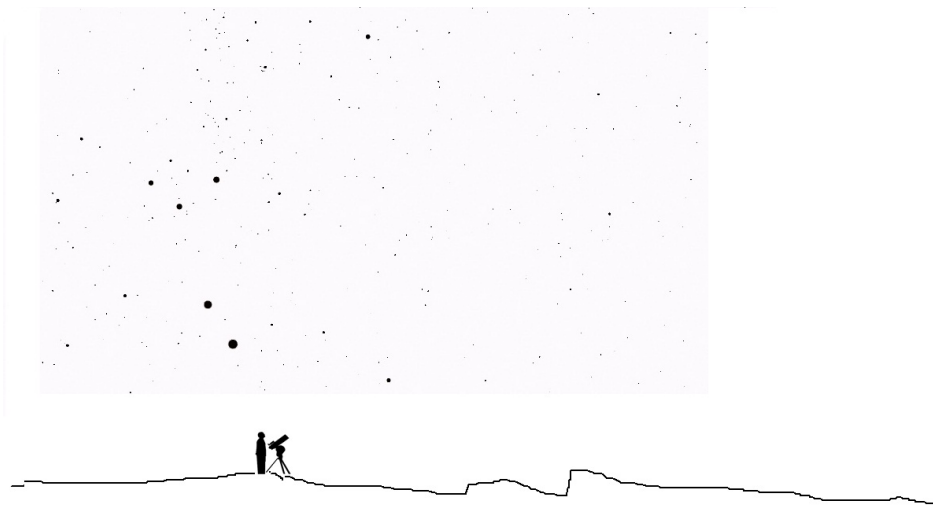


Figura 3: Esquema del cielo y horizonte para un observador

Indique en qué época del año se realizó esta observación. En que región del cielo se encontrará esta constelación 6 horas después. En que región del cielo se encontrará esta constelación 6 meses después

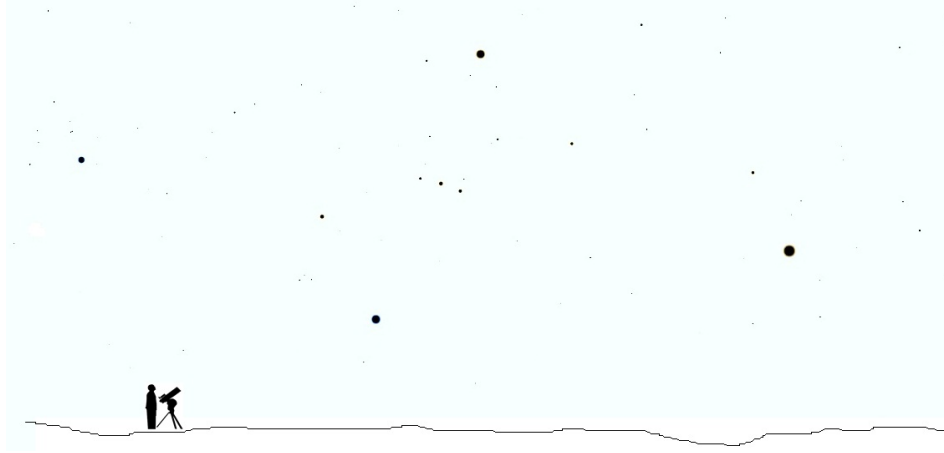


Figura 4: Esquema del cielo y horizonte para un observador

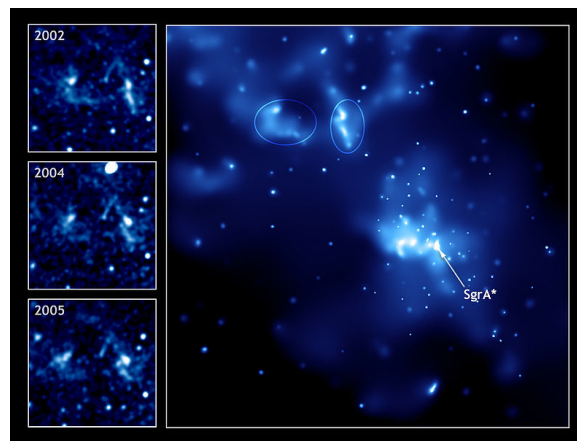


Figura 5: Imagen del Observatorio Chandra de la región de Sgr A\*.

3. Realizando cuidadosas observaciones fue posible medir el período de una estrella, denominada S2, entorno la región Sgr A\* en la constelación de Sagitario, en el corazón de la Vía Láctea, ver Figura 5. No es posible observar Sgr A\* en el visual por su gran extinción (25mag aprox) pero sabemos que Sgr A\* es una fuente de ondas de radio muy compacta. En la Figura 6 se detallan algunas órbitas de estrellas alrededor de Sgr A\*.
  - Calcula la masa  $M$  de Srg A\* sabiendo que la estrella S2, que se encuentra a una distancia de 7.94 kpc, orbita entorno a esta región con un período de 15.56 años y su semieje es de 0.12 arcsec.
  - Si sabemos que la excentricidad de su órbita  $e$ , es de 0.88, estima el periastro de esta estrella entorno a Srg A\* y expresa esta distancia en función del diámetro de la órbita de Urano. Considerando esa

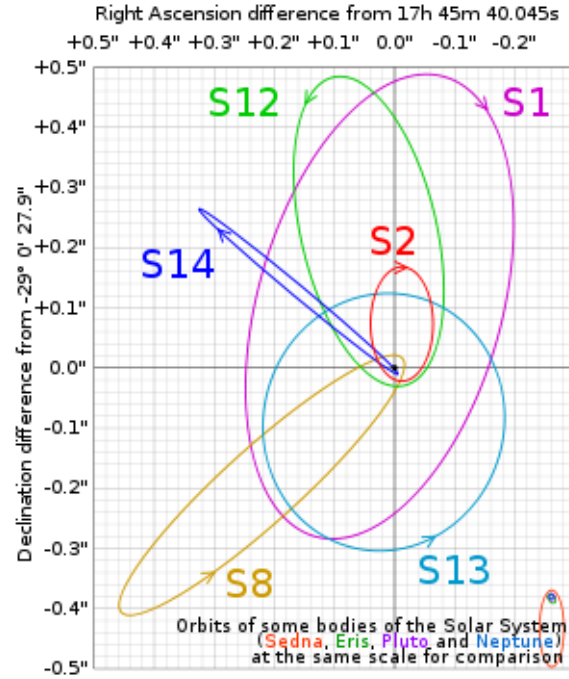


Figura 6: Orbitas de varias estrellas entorno a Sgr A\*.

distancia como límite para la extensión de Srg A\*, qué puedes decir acerca de este *peculiar* objeto?

- Por lo anterior parece que el mejor candidato para Srg A\* debería ser un agujero negro super masivo. Encuentra una expresión para el Radio de Schwarzschild,  $R_s$  mediante consideraciones físicas (clásicas). Sugerencia: intenta buscar la velocidad de escape para una partícula de velocidad  $c$ .
- Encuentra una expresión para la densidad  $\rho$  del agujero negro y comenta sobre el resultado.
- Con la expresión hallada de  $R_s$  estima usando  $M$ , el radio de Schwarzschild para este agujero negro.
- Sgr A\* emite aprox.  $\sim 1 \times 10^{36} \text{ erg/seg}$  ( $1 \text{ erg} = 1 \times 10^{-7} \text{ joules}$ ) y si asumimos un Radio igual a  $R_s$  y forma esférica estima la temperatura de cuerpo negro en la que debería emitir. En parte del espectro electromagnético ocurre la máxima emisión? <sup>1</sup>

<sup>1</sup>Nota: Esto asume una *superficie* de emisión para Srg A\* como cuerpo negro, pero como se sabe, la temperatura calculada a partir de la emisión en las ondas de radio es de  $T_{\text{radio}} \sim 10^6 \text{ K}$ , valor que difiere con el que se halla mediante la cuenta anterior. A una temperatura de  $\sim 10^6 \text{ K}$  emitiría  $\sim 10^{63} \text{ erg/seg}$  e iluminaría todo el universo! Por lo tanto no puede tener una *superficie* para emitir como cuerpo negro. Esta emisión debe provenir de un disco de acreción, es decir, otra prueba más de que se trata de un agujero negro.

4. . Si el Universo fue creado en un *Big Bang*, se estima que habían muy altas temperaturas en su comienzo, probemos eso.

Las ecuaciones de Friedmann-Lemaitre se utilizan para estudiar la evolución del universo en función de  $a$ , el factor de escala. El factor de escala da el cambio de distancias con el tiempo, es decir que cualquier distancia  $r(t)$  en un universo que se expande (o contrae) varía como  $r(t) = a(t)r$  siendo  $r$  una distancia inicial.

- **Explica** con tus conocimientos de cosmología si el factor de escala  $a$  varía o no con el tiempo. Es decir si es constante  $a$  o varía  $a(t)$ . Puedes poner ejemplos.
- Cómo se llama el período en el que el universo creció más rápido?
- Se encuentra que en el universo temprano dominaba la radiación sobre la materia. Además las ecuaciones indican que  $\rho_c \propto a^{-4}$  siendo  $\rho_c$  la densidad de energía volumétrica (radiación) y  $a$  el factor de escala. Ahora si  $a \propto r$ , ¿qué sucede con la energía?  
Sugerencia: Considera que si  $a$  es proporcional a una distancia  $r$  como cuando se definió arriba, entonces  $a^3$  es proporcional a un volumen ( $r^3$ ). **Si el volumen crece, la densidad de energía se conserva? EXPLICA**
- Ahora, con tus conocimientos de radiación de cuerpo negro, calcula la relación entre temperatura  $T$  y factor de escala  $a$  y prueba:  
**a qué tiende la temperatura  $T$  cuando vamos hacia el pasado?**