

Prueba de la 3^{era} Etapa OUA 2014-15

Sábado 30 de mayo de 2015

Liceo N°35 IAVA - Observatorio Astronómico de Montevideo

Esta prueba contiene 4 hojas y 6 ejercicios. Lea atentamente la letra y las referencias a las figuras y gráficas. Tiene un plazo de 2hs para realizarla. Revise bien las hojas antes de entregar. Escriba los ejercicios en hojas separadas para facilitar su corrección, sea claro y legible sobre todo si escribe con lápiz. Los ejercicios tienen todos el mismo puntaje. Pregunte solamente dudas de letra y buena suerte!

Ejercicio [1]

En la figura (1) se muestra una constelación conocida

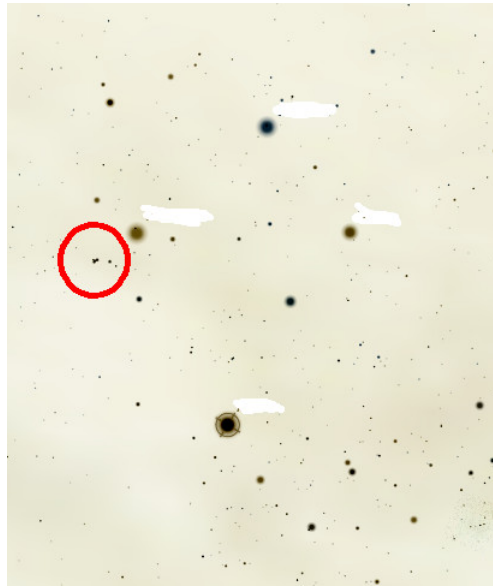


Figura 1: Constelación conocida

1. Diga de qué constelación se trata y nombre las 4 estrellas más brillantes.
2. Si la estrella más brillante de la constelación, cuya declinación es -63° , se encuentra en su culminación superior a 67° de altura; indique cuál es la latitud del lugar.
3. Dibuje la esfera celeste del observador ubicando en ella los puntos cardinales, el cenit, el Ecuador celeste y el polo elevado.
4. Ubique en dicha esfera celeste un astro que tiene un acimut de 190° y una altura de 30° . Considere el acimut en sentido $\overrightarrow{NESO}$.

5. Se muestra a continuación una foto del objeto encerrado en el círculo. ¿De qué tipo de objeto se trata? Describa brevemente sus características.



Figura 2: Fotografía del objeto encerrado en el círculo

Ejercicio [2]

1. Realice un esquema de la estructura solar, nombrando cada una de sus capas y realizando una breve descripción de las mismas.
2. ¿En cuál de estas capas se da la producción de energía y mediante qué proceso?.
3. ¿Qué factor determina el color de la fotosfera? Justifique su respuesta adecuadamente, mediante conceptos teóricos y/o ecuaciones.
4. Realice un diagrama H-R completo, ubicando al Sol, una gigante azul y una enana blanca. Compare estas tres estrellas en función de su luminosidad, magnitud absoluta y temperatura superficial.
5. Suponga que la gigante roja tiene una magnitud aparente $m = 0,85$ y una magnitud absoluta $M = -0,63$. ¿A qué distancia se encuentra?.

Ejercicio [3]

La estrella δ *Cephei*, es una variable de tipo ceféida; su nombre se usa para clasificar a este tipo de estrellas. Las estrellas ceféidas cumplen una relación muy importante en astronomía, llamada la relación Período-Luminosidad (como se muestra en la figura) que permite deducir la luminosidad de las mismas sabiendo su período y así determinar distancias.

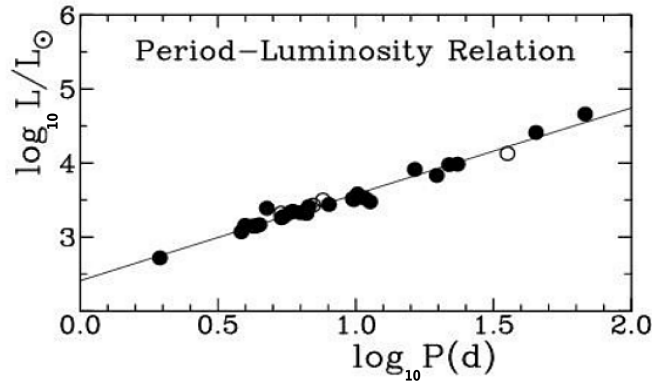


Figura 3: Relación Período-Luminosidad de las variables Ceféidas.

1. Deduzca el período de variación de δ Cephei a partir de su curva de luz como se muestra en la figura (4).
2. Deduzca su magnitud absoluta utilizando la relación P-L de la figura (3).
3. Calcule la distancia de la variable sabiendo que la magnitud absoluta es $m=6,3$.
4. Calcule en base a lo hallado en la parte anterior, la paralaje anual π de la estrella.
5. Calcule cuántos metros debería tener el diámetro de un telescopio para poder resolver dicha paralaje utilizando el Límite de Dawes donde θ_D es poder de resolución en segundos de arco y D es el diámetro del colector de luz en mm y k es una constante que vale $k = 116 \text{ arcsec.mm}$.

$$\theta_D = \frac{k}{D}$$

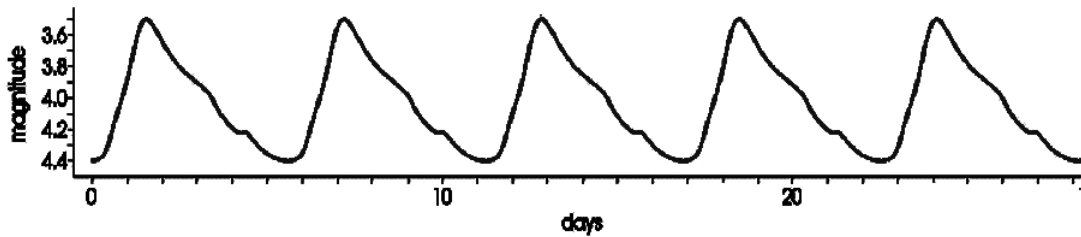


Figura 4: Curva de Luz de δ Cephei.

Ejercicio [4]

En los últimos años se han llevado a cabo proyectos para conocer mejor a Marte, nuestro planeta vecino. En un futuro, será posible enviar la primera misión tripulada. La masa de Marte es $M = 6,421 \times 10^{23} \text{ kg}$ y su radio es $R = 3389,5 \text{ km}$.

1. ¿Cual es el valor de la aceleración gravitacional en la superficie de Marte?.
2. Si aquí en la Tierra, una persona puede cargar (en su límite de fuerza) aproximadamente 50 kg , ¿que masa podría cargar estando en Marte?.

3. Si el periodo orbital del satélite Phobos (cuya masa puede despreciarse) es de 8 horas, ¿a qué distancia se encuentra del planeta?.
4. El Límite de Roche es la distancia mínima de acercamiento de un satélite al planeta sin que el mismo se desintegre producto de las fuerzas de marea. Los anillos de Saturno y del resto de los planetas gigantes se forman luego de la desintegración de los satélites que se acercan a una distancia menor al límite de Roche para ese planeta. Calcule la relación de densidades entre Marte y Fobos sabiendo que el límite de Roche para el sistema es $R_{roche} \simeq 5400 km$. Utilice la expresión aproximada para satélites rígidos dada por la siguiente ecuación donde R, ρ_p y ρ_s son el radio del planeta, la densidad media del planeta y el satélite respectivamente.

$$R_{roche} = 1,26 R_p \left(\frac{\rho_p}{\rho_s} \right)^{1/3}$$

Ejercicio [5]

En astronomía existen dos escalas de magnitudes para representar el brillo de las estrellas. La escala de magnitudes aparente representa el brillo tal cual es visto desde la Tierra, y la escala de magnitudes absoluta representa el brillo tal cual es visto a una distancia convencional de $10 pc$. Demuestre que la magnitud absoluta y aparente de una estrella cualquiera, están relacionadas por la ecuación:

$$M = m + 5 - 5 \log_{10} (d [pc])$$

sabiendo que el brillo observado a una distancia r (o densidad de flujo) puede calcularse como:

$$F = \frac{L}{4\pi r^2}$$

Ejercicio [6]

En el marco de la teoría del *Big Bang*, la Ley de Hubble es considerada una herramienta para medir distancias cosmológicas.

1. Suponiendo un valor actual, medido en el año 2013 de $H_o = 68 km/s/Mpc$ para la llamada constante de Hubble (H_o), calcule a qué distancia se encuentra la galaxia NGC 3159 si el corrimiento relativo al rojo observado es $z = 0,02$ (utilizar únicamente las fórmulas clásicas).
2. La llamada *distancia horizonte* es una medida aproximada del tamaño del Universo. Calcule la misma sabiendo que se define como la distancia recorrida por un fotón durante un tiempo equivalente a la edad del universo ($\tau \approx 14 Ga$). Expresé el resultado en Mpc.

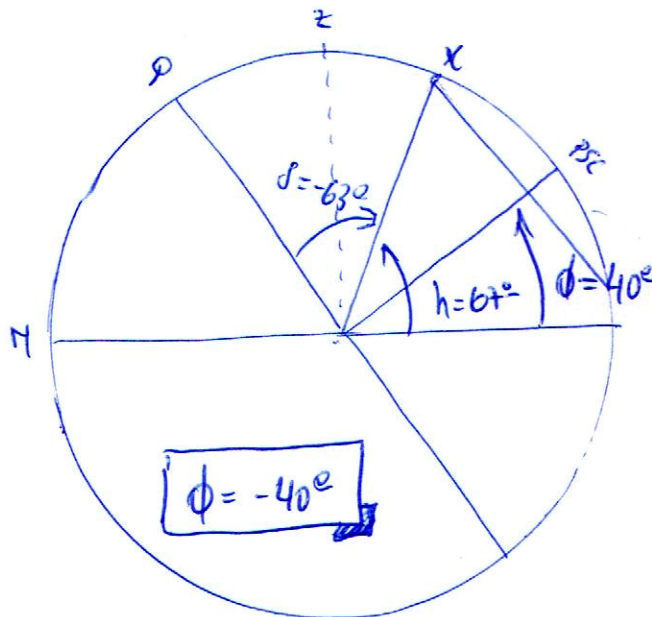
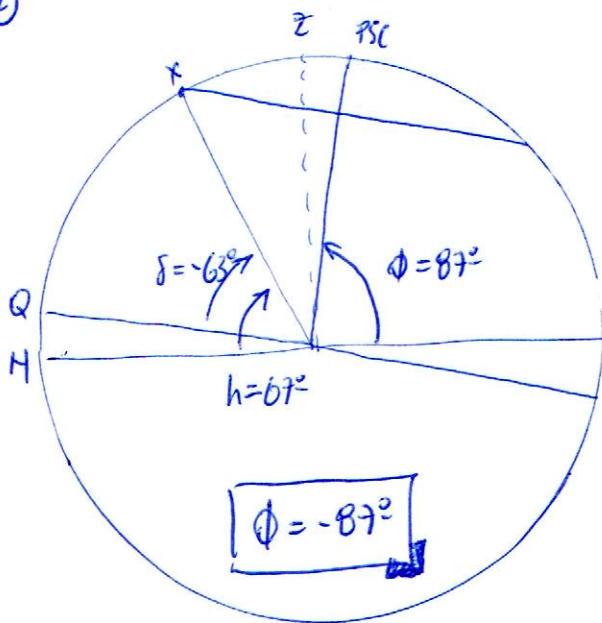
Nota: velocidad de la luz en el vacío $c = 3 \times 10^5 km/s$. Expresé el resultado en Mpc y en años luz, y con 1 cifra decimal.

SOLUCIÓN PRUEBA 3ª ETAPA OVA

EJERCICIO (1)

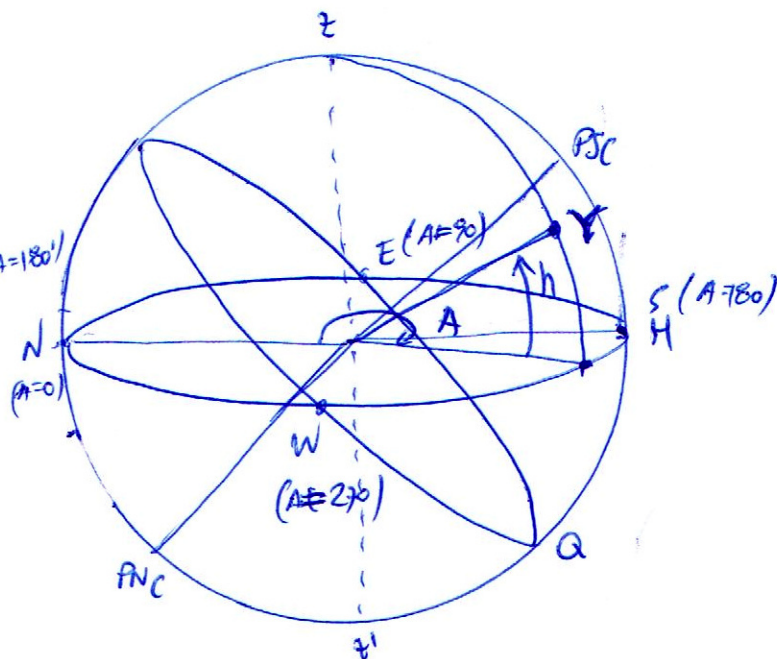
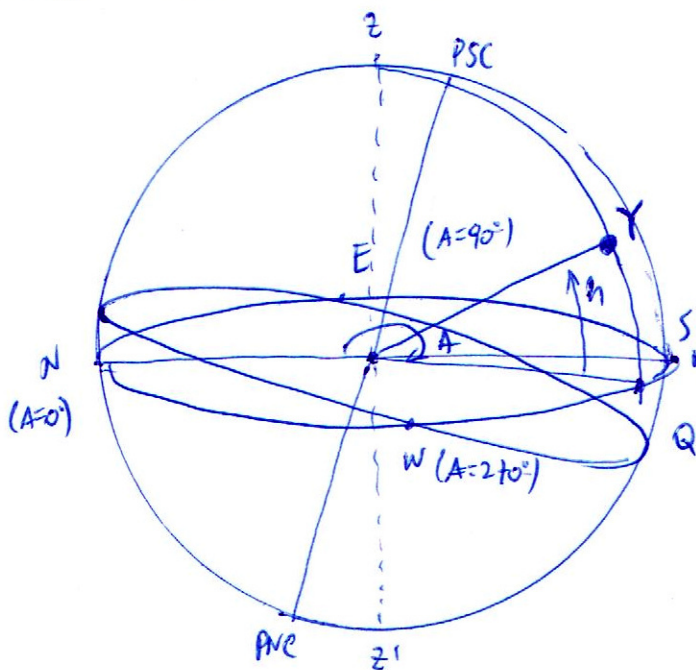
PARTE (1) SE TRATA DE LA CONSTELACIÓN DE LA CRUZ DEL SUR. LAS ESTRELLAS EN ORDEN DE BRILLO SON, ACROX (α CRU), MIMOSA (β CRU), GACRUX (γ CRU) Y S CRU.

PARTE (2)



CUALQUIERA DE LAS 2 SOLUCIONES ES VÁLIDA, PARA EL TRANSITO POR EL SEMI-MERIDIANO NOROCCIDENTE Y SUR. $\phi = 87^\circ$ Y $\phi = 40^\circ$.

PARTE (3) PARA AMBOS CASOS POSIBLES...



PARTE (4)

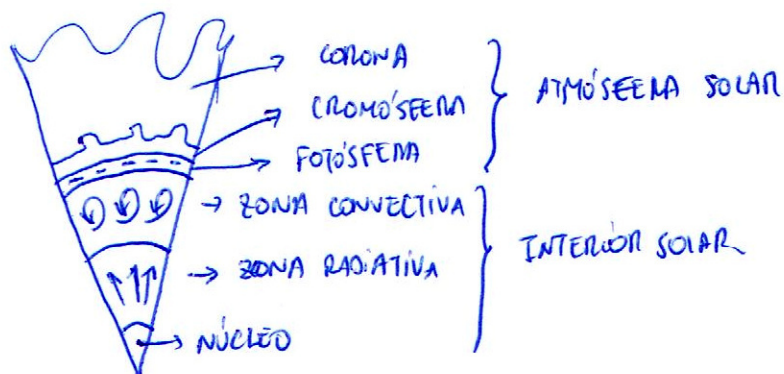
ARQUIT EN SENTIDO NOROCCIDENTE → REPRESENTADO EN EL DIBUJO ANTERIOR
REPRESENTADO EN EL ASTRO Y.

PARTE (5)

SE TRATA DEL CUMULO ABIERTO COFRE DE JOYAS, NGC 4755.

EXERCICIO 2

PART 1



+ DESARROLLO

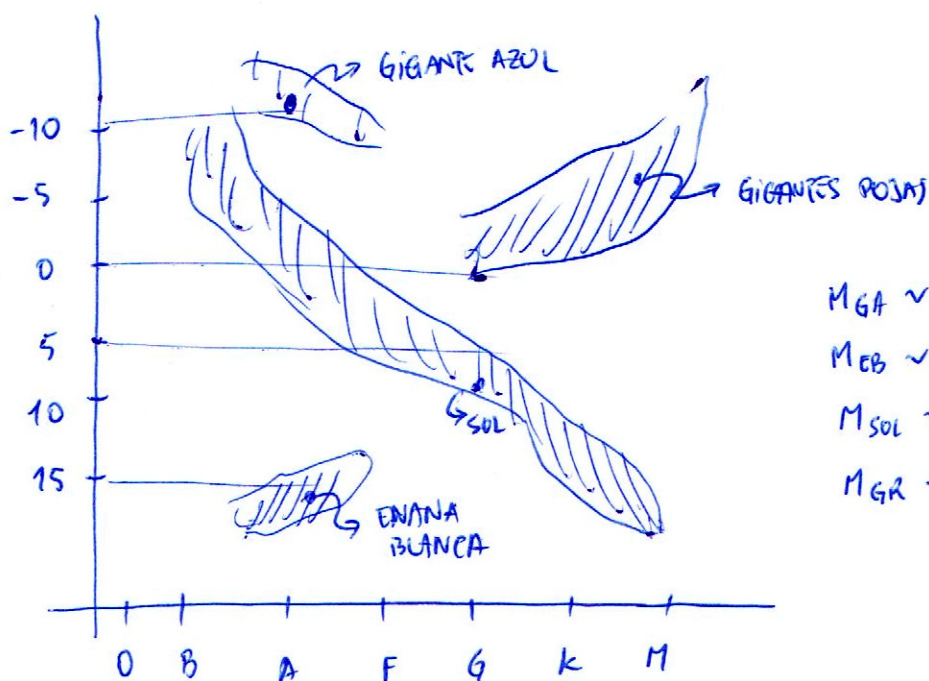
PART 2 EN EL NÚCLEO Y MEDIANTE EL MECANISMO DE FUSIÓN PROTÓN-PROTÓN.

+ DESARROLLO.

PART 3

EL COLOR ES UNA CONSECUENCIA DE LA TEMPERATURA, LA CUAL CALCULAMOS UTILIZANDO LA LEY DE WIEN. + DESARROLLO DE COLOR DE LAS ESTRELLAS

PART 4



$M_{GA} \sim -10$
 $M_{EB} \sim 15$
 $M_{SOL} \sim 5$
 $M_{GR} \sim -5$

+ DESARROLLO ACERCA DE TEMPERATURAS DE LAS DIFERENTES CLASES ESPECTRALES
COMPARACIÓN DE BRILLOS UTILIZANDO SUS MAGNITUDES APROXIMADAS.

PART 5

$$M = -0.63 \quad \left\{ \begin{array}{l} \rightarrow \\ m = 0.85 \end{array} \right. \quad M = m + 5 - 5 \cdot \log_{10}(d(\text{pc}))$$

$$M - m - 5 = -5 \cdot \log_{10}(d(\text{pc}))$$

$$\frac{m + 5 - M}{5} = \log_{10}(d(\text{pc})) \Rightarrow$$

$$d(\text{pc}) = 10^{\left(\frac{m + 5 - M}{5}\right)}$$

$$d(\text{pc}) = 10^{\left(\frac{0.85 + 5 - (-0.63)}{5}\right)} = 10^{\left(\frac{6.48}{5}\right)} = 10^{1.296} \Rightarrow \boxed{d \approx 19.8 \text{ pc}}$$

EJERCICIO 3

PARTE 1

VEAMOS QUE LA VARIABLE COMPLETA 5 PERIODOS EN 28 DÍAS, PON LO TAMPO
 DE ESTA FORMA UTILIZAMOS LA MAYOR CANTIDAD
 DE INFORMACIÓN POSIBLE.

$$PER = \frac{28}{5} \approx 5,6 \text{ d.}$$

$$P \approx 5,6 \text{ d}$$

PARTE 2

HAREMOS EL LOGARITMO PARA PODER REPRESENTAR MUCHO VALOR EN LA RELACIÓN P-L

$\log_{10}(5,6) \approx 0,75 \rightarrow$ UTILIZANDO LA GRÁFICA RELACIÓN P-L, Y
 ESTIMANDO SOBRE EL INTERVALO DE APROXIMACIÓN
 TENEMOS QUE:

$$\log\left(\frac{L}{L_0}\right) \approx 3,25$$

CON ESTE VALOR PLANTEAMOS PERSON CON EL SOL.

$$M_{SCEP} - M_0 = -2,5 \left(\log_{10} \left(\frac{L_{SCEP}}{L_0} \right) \right) \Rightarrow M_{SCEP} = M_0 - 2,5(3,25)$$

CON $M_0 = 4,8 \dots$

$$M_{SCEP} = 4,8 - 8,125$$

$$M_{SCEP} \approx -3,3$$

PARTE 3 ANALOGO A EJERCICIO 2 PARTE 5

$$M = m + 5 - 5 \log_{10}(d(\text{pc})) \Rightarrow d(\text{pc}) = 10^{\left(\frac{m+5-M}{5} \right)}$$

$$\text{CON } \begin{cases} m = 6,3 \\ M = -3,3 \end{cases}$$

$$d(\text{pc}) = 10^{\left(\frac{6,3+5-(-3,3)}{5} \right)} = 10^{2,92} \Rightarrow d \approx 832 \text{ pc}$$

PARTE 4

$$\pi = \frac{1}{d(\text{pc})} \Rightarrow \pi(") \approx \frac{1}{832} \Rightarrow \pi \approx 0,0012 "$$

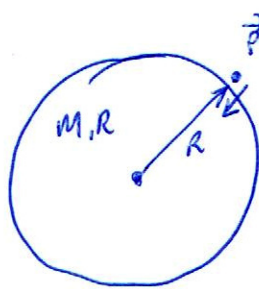
PARTE 5

$$\theta_0 = \frac{116 \text{ arcsec} \cdot \text{mm}}{D(\text{mm})} \Rightarrow 0,0012 " = \frac{116 " \cdot \text{mm}}{D(\text{mm})}$$

$$\Rightarrow D(\text{mm}) = \frac{116 " \cdot \text{mm}}{0,0012 " } \Rightarrow D \approx 96 \text{ m}$$

EJERCICIO 4

PARTE 1



$$\vec{F} = \frac{G \cdot m_1 m_2}{d^2}$$

$$m_1 = M$$

$$m_2 = m$$

$$\text{Si } \vec{F} = \vec{P} \Rightarrow$$

$$\vec{P} = \left(\frac{GM}{R^2} \right) \cdot m \rightarrow g$$

$$g_{\text{MARTE}} = \frac{GM}{R^2}$$

$$G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$$

$$R = 3389,5 \text{ km}$$

$$= 3389500 \text{ m}$$

$$M = 6,421 \times 10^{23} \text{ kg}$$

$$g_M = \frac{6,67 \times 10^{-11} \cdot 6,421 \times 10^{23}}{(3389500)^2}$$

$$g_M \approx 3,7 \text{ m/s}^2$$

PARTE 2

$$\vec{P}_M = m_M \vec{g}_M \Rightarrow$$

$$\vec{P}_T = m_T \vec{g}$$

$$\vec{P}_M = \vec{P}_T \Rightarrow$$

$$m_M \vec{g}_M = m_T \vec{g}$$

50 kg

9,81 m/s²

3,7 m/s²

$$m_M = \frac{50 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2}{3,7 \text{ m/s}^2}$$

$$m_M \approx 132 \text{ kg}$$

PARTE 3

PLANTEAMOS KEPLER EN SU ECUACIÓN COMPLETA.

$$P^2 = \frac{4\pi^2 a^3}{G(M_1 + M_2)}$$

→ ESTO ES EN SISTEMA MKS.

$$d \equiv a \Rightarrow \frac{P^2 G (M_1 + M_2)}{4\pi^2} = a^3$$

$$a = \sqrt[3]{\frac{P^2 G (M_1 + M_2)}{4\pi^2}}$$

M₁ = MASA DE MARTE

M₂ = MASA DE PHOBOS → LA DESPRECIAMOS PORQUE M₂ << M₁

$$a = \sqrt[3]{\frac{P^2 G M}{4\pi^2}} \Rightarrow$$

CONVERTIMOS P A SEGUNDOS

$$P = 8 \text{ h} \Rightarrow$$

$$P = 8 \times 3600 \text{ seg.} \Rightarrow$$

$$P = 28800 \text{ seg.}$$

$$G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$$

$$M = 6,421 \times 10^{23} \text{ kg}$$

$$a = \sqrt[3]{\frac{(28.800)^2 \cdot (6,67 \times 10^{-11}) (6,421 \times 10^{23})}{4\pi^2}}$$

$$a \approx \sqrt[3]{\frac{3,5523 \times 10^{22}}{4\pi^2}} \Rightarrow a = 9,654 \times 10^6 \text{ m} \Rightarrow \boxed{a \approx 9654 \text{ km}}$$

PART E ④

$$R_{\text{ROCHE}} = 1,26 R_M \left(\frac{\rho_M}{\rho_F} \right)^{1/3} \Rightarrow R_{\text{ROCHE}}^3 = 1,26^3 R_M^3 \left(\frac{\rho_M}{\rho_F} \right) \Rightarrow$$

RELACIÓN ENTRE DENSIDADES

$$\frac{\rho_M}{\rho_F} = \left(\frac{R_{\text{ROCHE}}}{1,26 R_M} \right)^3 \Rightarrow \frac{\rho_M}{\rho_F} = \left(\frac{5400}{1,26 \times 3389,5} \right)^3 \Rightarrow$$

$$\boxed{\frac{\rho_M}{\rho_F} \approx 2}$$

EJERCICIO 5) DEMOSTRAR QUE VALE

$$M = m + 5 - 5 \log_{10}(d)$$

PLANTEAMOS EL BRILLO DE UNA ESTRELLA
A SU DISTANCIA d Y A 10 pc.
Y COMPARAMOS CON POISSON.

BRILLO DE LA ESTRELLA A SU DISTANCIA $d \Rightarrow F_m = \frac{L}{4\pi d^2}$

BRILLO DE LA ESTRELLA A 10 pc $\Rightarrow F_m = \frac{L}{4\pi (10 \text{ pc})^2}$

COMPARAMOS UTILIZANDO POISSON

$$m_1 - m_2 = -2.5 \log_{10} \left(\frac{F_1}{F_2} \right) \Rightarrow M - m = -2.5 \log_{10} \left(\frac{\left(\frac{L}{4\pi (10 \text{ pc})^2} \right)}{\left(\frac{L}{4\pi d^2} \right)} \right)$$

$$M - m = -2.5 \log_{10} \left(\frac{\cancel{L}}{4\pi (10 \text{ pc})^2} \cdot \frac{4\pi d^2}{\cancel{L}} \right) \Rightarrow M = m - 2.5 \log_{10} \left(\frac{d}{10 \text{ pc}} \right)^2$$

$$M = m - 5 \log_{10} \left(\frac{d}{10 \text{ pc}} \right) = m - 5 \{ \log_{10}(d/\text{pc}) - \log_{10}(10 \text{ pc}) \}$$

$$M = m - 5 \log_{10}(d) + 5 \log_{10}(10) \Rightarrow$$

$$M = m + 5 - 5 \log_{10}(d)$$

EXERCICIO (6)

PARTI (1)

$$H_0 = 68 \frac{\text{km/s}}{\text{Mpc}}$$

$$z = 0.02$$

$$v = H_0 d$$

$$z = \frac{v}{c} \Rightarrow v = zc \quad \Bigg| \Rightarrow$$

$$zc = H_0 d \Rightarrow \boxed{d = \frac{zc}{H_0}}$$

$$d = \frac{0.02 \cdot 3 \times 10^5 \text{ km/s}}{68 \text{ km/s/Mpc}}$$

$$\boxed{d \approx 88 \text{ Mpc}}$$

PARTI (2)

$$t \approx 14 \text{ Ga}$$

→ EL FOTÓN DURANTE ESTE TIEMPO RECORRE
14 GAL. (14 MIL MILLONES DE AÑOS LUZ)

$$\boxed{d = 14 \text{ GAL}}$$

$$\rightarrow \boxed{d \approx 4.3 \text{ GPC}}$$

5 EN Mpc (1 pc = 3.26 AL $\Rightarrow$ 1 Gpc = 3.26 GAL)